

Решения задач по физике

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 8 класс

1. Старик добирался на моторной лодке на свою дачу, которая находилась на острове ниже по течению. Время t он шёл на моторе, который затем заглох. Через время τ после этого его снесло течением к даче. Весь обратный путь домой старик шёл на моторе. До места, где у него заглох мотор по пути на дачу, он шёл время T . Сколько времени ему ещё потребуется, чтобы добраться до дома?

Решение.

Пусть u — скорость течения реки, v — скорость движения лодки с включенным мотором относительно воды. До места, где заглох мотор, старик двигался со скоростью $v + u$ в течение времени t , преодолев расстояние

$$S_1 = (v + u)t. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

От места, где заглох мотор, до дачи старик двигался время τ со скоростью течения реки u , пройдя путь

$$S_2 = u\tau. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

Весь обратный путь старик шёл на моторе, двигаясь со скоростью $v - u$. Путь S_2 до места, где у него заглох мотор, он шёл время T .

$$S_2 = (v - u)T. \quad (3) \quad (2$$

б.)

Путь S_1 от места, где заглох мотор, до дома, старик преодолел за время

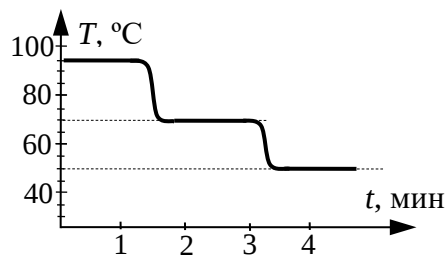
$$t_x = \frac{S_1}{v - u}. \quad (4) \quad (2$$

б.)

Решая систему уравнений (1) – (4), найдём

$$\text{ответ: } t_x = \frac{2T + \tau}{\tau} \cdot t. \quad (2 \text{ б.})$$

2. В термос с горячей водой по очереди бросили два одинаковых кубика льда. График зависимости температуры в термосе от времени представлен на рисунке. Определите температуру льда. Удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$, удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000 \text{ Дж/кг}$. Термос теплоизолирован, теплоёмкостью его стенок, а также теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.



Решение.

В процессе таяния льда температура горячей воды уменьшается. Горизонтальные участки на графике соответствуют тепловому равновесию, а переходные области между ними — моментам времени, когда в термосе одновременно находятся вода и лёд. Обозначим температуры на трёх горизонтальных участках графика T_1 , T_2 и T_3 , слева направо.

Теплота, выделившаяся при остывании горячей воды, идёт на нагревание льда, его плавление и нагревание образовавшейся в результате плавления воды. Поскольку сосуд теплоизолирован, и теплообмен с окружающей средой пренебрежимо мал, уравнение теплового баланса для процесса установления равновесия при бросании первого кубика льда имеет вид:

$$c_{\text{л}} m_{\text{л}} (T_0 - T) + \lambda m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m_{\text{л}} (T_2 - T_0) + c_{\text{в}} m_{\text{в}} (T_2 - T_1) = 0, \quad (1) \quad (4 \text{ б.})$$

где $m_{\text{л}}$ — масса кубика льда, $m_{\text{в}}$ — масса воды в термосе, T_0 — температура плавления льда, T — начальная температура льда.

Аналогично запишем уравнение теплового баланса для процесса установления равновесия при бросании в термос второго кубика льда:

$$c_{\text{л}} m_{\text{л}} (T_0 - T) + \lambda m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m_{\text{л}} (T_3 - T_0) + c_{\text{в}} (m_{\text{в}} + m_{\text{л}}) (T_3 - T_2) = 0, \quad (2) \quad (4 \text{ б.})$$

Здесь учтено, что после бросания первого кубика льда, масса воды в термосе стала равна $m_{\text{в}} + m_{\text{л}}$. Из уравнения (1) выразим искомую температуру льда:

$$T = T_0 + \frac{\lambda}{c_{\text{л}}} + \frac{c_{\text{в}}}{c_{\text{л}}} (T_2 - T_0) + \frac{c_{\text{в}}}{c_{\text{л}}} \frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{л}}} (T_2 - T_1). \quad (3)$$

Обратив внимание, что первые два слагаемых в уравнениях (1) и (2) одинаковые, вычитая (1) из (2), найдём отношение масс

$$\frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{л}}} = \frac{2(T_2 - T_3)}{T_3 + T_1 - 2T_2}.$$

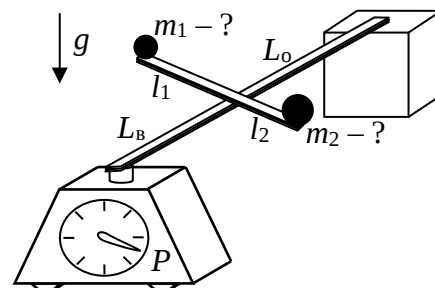
Подставив найденное отношение масс в выражение (3), получим

$$T = T_0 + \frac{\lambda}{c_{\text{л}}} + \frac{c_{\text{в}}}{c_{\text{л}}} (T_2 - T_0) + \frac{c_{\text{в}}}{c_{\text{л}}} \cdot \frac{2(T_2 - T_3)}{T_3 + T_1 - 2T_2} \cdot (T_2 - T_1),$$

Из графика определим $T_1 = 95 ^\circ\text{C}$, $T_2 = 70 ^\circ\text{C}$ и $T_3 = 50 ^\circ\text{C}$. Подставив численные значения в полученное выражение, найдём

$$\text{ответ: } T = -100 ^\circ\text{C}. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Линейка лежит одним концом на опоре, другим — на весах. Вторую линейку, на концах которой лежат два груза, положили крест-накрест на первую, так что вся система находится в равновесии. При этом расстояния от перекрестия до грузов оказались равными l_1 и l_2 , а от перекрестия до опоры и весов L_O и L_B соответственно. Весы показывают вес P . Чему равны массы каждого из грузов? Линейки узкие и невесомые, ускорение свободного падения равно g .



Решение.

На линейку, на которой лежат два груза, действует вес грузов m_1g и m_2g и сила реакции со стороны другой линейки. А на линейку, опирающуюся на весы, действует вес линейки с грузами $m_1g + m_2g$, а также силы реакции со стороны опоры и весов. Сила реакции со стороны весов равна показаниям весов P .

Для линейки с грузами условие равновесия относительно точки пересечения линеек запишется в виде:

$$m_1gl_1 = m_2gl_2. \quad (1) \quad (4 \text{ б.})$$

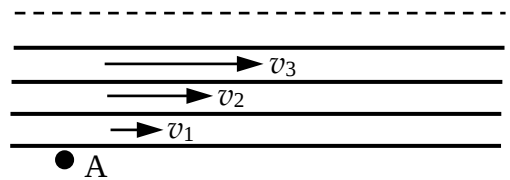
Для линейки, опирающейся на весы, условие равновесия относительно опоры запишется в виде:

$$P(L_B + L_O) = (m_1 + m_2)gL_O. \quad (2) \quad (4 \text{ б.})$$

Решая систему уравнений (1) и (2) относительно неизвестных m_1 и m_2 , найдём

$$\text{ответ: } m_1 = \frac{P \left(1 + \frac{L_B}{L_O} \right)}{g \left(1 + \frac{l_1}{l_2} \right)}, \quad m_2 = \frac{P \left(1 + \frac{L_B}{L_O} \right)}{g \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \right)}. \quad (2 \text{ б.})$$

4. В аэропорту для перехода пассажиров между терминалами работает многополосный траволатор (постоянно движущийся ленточный тротуар). Скорость 1-й ленты $v_1 = 1$ м/с, 2-й ленты — $v_2 = 2$ м/с и т. д. Скорость самой скоростной 10-й ленты — $v_{10} = 10$ м/с.



Пассажир заходит на траволатор (через его 1-ю ленту) и через $T = 30$ с сходит с него (с его 1-й ленты). На каком максимальном расстоянии от первоначальной точки А он может при этом оказаться, если ему разрешено двигаться только перпендикулярно движению лент (в том числе и переходя с ленты на ленту) со скоростью, не превышающей по абсолютной величине $u = 1,5$ м/с. Ширина каждой ленты траволатора равна $L = 3$ м.

Решение.

Чтобы оказаться максимально далеко от точки А, пассажиру следует за время T максимально продвинуться в сторону высокоскоростных лент и вернуться обратно, сойдя с траволатора.

Поскольку пассажиру необходимо через время $T = 30$ с сойти с 1-й ленты траволатора, он должен половину времени двигаться в направлении 10-й ленты, а вторую половину — идти обратно. (2 б.)

Двигаясь перпендикулярно движению лент, пассажир проводит на каждой ленте время

$$\tau = L/u = 3/1,5 = 2 \text{ с.}$$

За половину общего времени, т.е. за $T/2 = 15$ с, пассажир сумеет пересечь лишь $[T/2\tau] = 7$ лент, затратив на это $7\tau = 14$ с. Оказавшись на 8-й ленте, пассажир может провести на ней оставшееся время $T/2 - 7\tau = 1$ с. (2 б.)

Следовательно, за время $T/2 = 15$ с пассажир переместится в направлении движения лент на расстояние

$$S = L/u \cdot (v_1 + v_2 + \dots + v_7) + L/2u \cdot v_8 = 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 7) + 1 \cdot 8 = 64 \text{ м.} \quad (2 \text{ б.})$$

Вторую половину времени пассажиру следует также провести на 8-й ленте время $T/2 - 7\tau = 1$ с, и дальше двигаться в сторону первой ленты. При этом в направлении движения лент пассажир также преодолеет расстояние S . (2 б.)

Максимальное расстояние от первоначальной точки А на котором может оказаться пассажир равно $2S$.

$$\text{Ответ: } 2S = 2L/u \cdot (v_1 + v_2 + \dots + v_7) + L/u \cdot v_8 = 128 \text{ м.} \quad (2 \text{ б.})$$

Физика 9 класс

1. Старик добирался на моторной лодке на свою дачу, которая находилась на острове ниже по течению. Время t он шёл на моторе, который затем заглох. Через время τ после этого его снесло течением к даче. Весь обратный путь домой старик шёл на моторе. До места, где у него заглох мотор по пути на дачу, он шёл время T . Сколько времени ему ещё потребуется, чтобы добраться до дома?

Решение.

Пусть u — скорость течения реки, v — скорость движения лодки с включенным мотором относительно воды. До места, где заглох мотор, старик двигался со скоростью $v + u$ в течение времени t , преодолев расстояние

$$S_1 = (v + u)t. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

От места, где заглох мотор, до дачи старик двигался время τ со скоростью течения реки u , пройдя путь

$$S_2 = u\tau. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

Весь обратный путь, старик шёл на моторе, двигаясь со скоростью $v - u$. Путь S_2 до места, где у него заглох мотор, он шёл время T .

$$S_2 = (v - u)T. \quad (3) \quad (2$$

б.)

Путь S_1 от места, где заглох мотор, до дома, старик преодолел за время

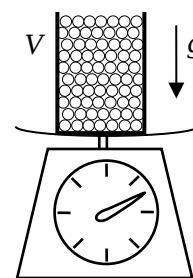
$$t_x = \frac{S_1}{v - u}. \quad (4) \quad (2$$

б.)

Решая систему уравнений (1) – (4), найдём

$$\text{ответ: } t_x = \frac{2T + \tau}{\tau} \cdot t. \quad (2 \text{ б.})$$

2. У Пети имеется большое количество маленьких пластиковых шариков, и он хочет найти плотность ρ материала, из которого они изготовлены. Для этого он поставил на весы пустой цилиндрический сосуд объёмом V и измерил его вес, равный P_1 . Затем он доверху насыпал в стакан шарики и начал медленно наливать в стакан некоторую жидкость. В момент, когда шарики начали всплывать, вес оказался равным P_2 . Найти плотность ρ . Ускорение свободного падения равно g .



Решение.

Пусть H — высота сосуда, S — его площадь, а h — высота уровня жидкости, при котором шарики начали всплывать. В этот момент сила тяжести уравнивается силой Архимеда:

$$\rho V_{\text{ш}} g = \rho_{\text{ж}} V_n g, \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

где $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости, $V_{\text{ш}}$ — весь объём, занимаемый шариками, а V_n — объём погруженной части шариков. Так как шарики маленькие и их много, то отношение объёма погруженной части шариков ко всему объёму шариков равно отношению высоты погруженной части к высоте всего объёма шариков:

$$\frac{V_n}{V_{\text{ш}}} = \frac{h}{H}. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

Так как вес шариков равен весу вытесненной им воды, то суммарный вес шариков и жидкости P_3 равен

$$P_3 = \rho_{\text{ж}} h S g. \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

Изменение веса, который показывают весы, равно весу шариков и жидкости P_3 :

$$P_3 = P_2 - P_1. \quad (4) \quad (2 \text{ б.})$$

Выразив V_n из (2) и подставив в (1), найдём

$$\rho_{\text{ж}} h = \rho H \quad (5).$$

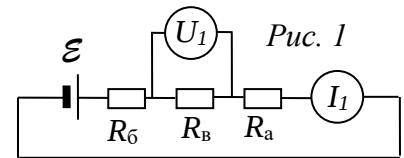
Приравняв правые части уравнений (3) и (4), и, подставив (5) в полученное выражение, выразим искомую плотность, а учитывая, что $HS = V$, получим

$$\text{ответ: } \rho = \frac{P_2 - P_1}{Vg}. \quad (2 \text{ б.})$$

3. У школьника имеются три электрических прибора: батарейка, вольтметр и амперметр. Все приборы неидеальные, т.е. обладают конечным сопротивлением. Школьник соединил все приборы последовательно, при этом вольтметр показывал $U_1 = 10$ В, а амперметр — $I_1 = 0,1$ А. Затем школьник соединил все приборы параллельно. В этом случае вольтметр показывал $U_2 = 1$ В, а амперметр — $I_2 = 1$ А. Определите ЭДС батарейки.

Решение.

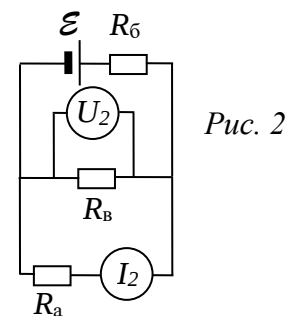
Нарисуем схему для последовательно соединённых приборов, обозначив $\mathcal{E}$, R_6 , R_B , R_A ЭДС Сбатарейки и внутренние сопротивления батарейки, вольтметра и амперметра, соответственно (рис. 1). Из этой схемы легко определить сопротивление вольтметра:



$$R_B = \frac{U_1}{I_1}. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Нарисуем схему для параллельно соединённых приборов (рис.2). Из этой схемы легко определить сопротивление амперметра:

$$R_A = \frac{U_2}{I_2}. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$



Запишем закон Кирхгофа для последовательно соединённых приборов:

$$\mathcal{E} = I_1 \cdot (R_6 + R_B + R_A). \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

Запишем закон Кирхгофа для параллельно соединённых приборов, учитывая, что ток, который протекает через внутреннее сопротивление батарейки, равен сумме токов, протекающих через амперметр и вольтметр:

$$\mathcal{E} = U_2 + \left(I_2 + \frac{U_2}{R_B} \right) \cdot R_6. \quad (4) \quad (2 \text{ б.})$$

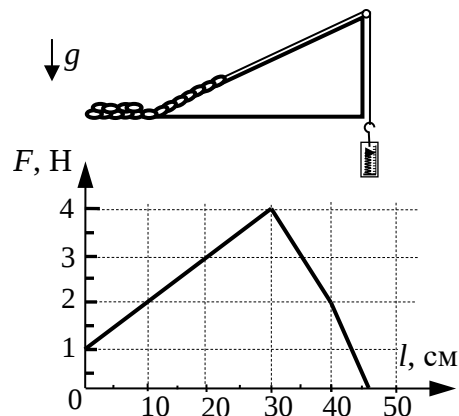
Выразив R_6 из (3) и подставив в (4), затем подставив в полученное выражение соответствующие сопротивления из (1) и (2), найдём

$$\mathcal{E} = \frac{\left(I_2 + \frac{U_2}{U_1} I_1 \right) \cdot \left(\frac{U_2}{I_2} + \frac{U_1}{I_1} \right) - U_2}{\frac{U_2}{U_1} + \frac{I_2}{I_1} - 1}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$\text{ответ: } \mathcal{E} = 11,1 \text{ В.} \quad (2 \text{ б.})$$

4. Длинную однородную массивную цепочку медленно перетягивают через неподвижную наклонную горку с помощью лёгкой нерастяжимой нити, привязанной к концу цепочки. Нить перекинута через блок, и к её концу привязан динамометр. График зависимости показаний динамометра от перемещения конца нити показан на рисунке. Определите массу цепочки. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трения нет.



Решение.

На представленном графике видны три разных участка с различными наклонами. Первый, монотонно растущий до силы $F = 4 \text{ Н}$, соответствует подъёму цепочки на вершину горки. Второй, монотонно убывающий до силы $F = 2 \text{ Н}$, соответствует тому, что часть цепочки перевалилась через горку. На третьем участке показания динамометра уменьшаются быстрее, что соответствует тому, что левый край цепочки уже оказался на горке. (2 б.)

Тогда, продлив на графике первый участок влево, можно определить длину цепочки L , считая, что, когда начали втягивать цепочку на горку, показания динамометра были равны нулю:

$$L = 50 \text{ см.} \quad (3 \text{ б.})$$

В конце второго участка часть цепочки длиной $\Delta L = 10 \text{ см}$ оказалась перекинута через блок, а показания динамометра уменьшились на $\Delta F = 2 \text{ Н}$. Вес верёвки P можно найти из пропорции:

$$P = \Delta F \frac{L}{\Delta L}. \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

Массу верёвки можно найти, разделив вес на ускорение свободного падения:

$$m = \frac{P}{g}. \quad (2)$$

Подставив вес из (1) в (2), и подставив численные значения в получившееся выражение, найдём

$$\text{ответ: } m = 1 \text{ кг.} \quad (2 \text{ б.})$$

5. Две старинных пушки нацелены так, чтобы попасть друг в друга. Левая пушка выстреливает ядро массы $m_1 = 10$ кг, а правая стреляет ядром массой $m_2 = 2$ кг. Пушки стреляют одновременно, ядра сталкиваются лоб в лоб и слипаются. На каком расстоянии от левой пушки упадут слипшиеся ядра, если расстояние между пушками $L = 600$ м? Влиянием воздуха пренебречь.

Решение.

Если пушки нацелены друг на друга, стреляют одновременно, а ядра попадают друг в друга, значит траектории полёта ядер одинаковы, и они столкнутся в верхней точке траектории. (2 б.)

Тогда оба ядра до столкновения летят с одинаковой по модулю горизонтальной скоростью v , а после столкновения и слипания летят с горизонтальной скоростью u . В верхней точке траектории вертикальная скорость ядер равна нулю. Запишем закон сохранения импульса в этот момент:

$$m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2) u. \quad (1) \quad (4 \text{ б.})$$

Каждое из ядер до верхней точки траектории прошло по горизонтали путь $L/2$ за некоторое время t :

$$L / 2 = vt. \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

После столкновения ядра полетят в сторону правой пушки и будут падать то же время t . Тогда искомое расстояние l :

$$l = L / 2 + ut. \quad (3) \quad (1 \text{ б.})$$

Решая систему (1) – (3), найдём

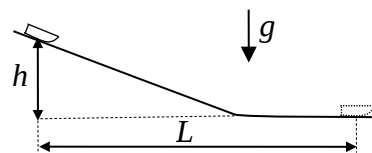
$$l = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L.$$

Подставив численные значения, получим

$$\text{ответ: } l = 500 \text{ м.} \quad (2 \text{ б.})$$

Физика 10 класс.

1. Горка представляет собой наклонную плоскость, внизу плавно сопряжённую с горизонтальной плоскостью. Санки, находящиеся на горке на высоте h , толкнули вниз, сообщив им некоторую начальную скорость вдоль горки. После этого санки остановились на горизонтальной плоскости, преодолев по горизонтали расстояние L (см. рис.). На какое ещё расстояние X проедут санки, если им опять сообщить ту же начальную скорость? Коэффициент трения между санками и горкой (а также горизонтальной плоскостью) равен μ . Участок закругления горки короткий.



Решение.

При движении на санки действует сила трения $F_{\text{тр}1}$ на наклонном участке, и — $F_{\text{тр}2}$ на горизонтальном участке. При этом

$$F_{\text{тр}1,2} = \mu N_{1,2}, \quad (1) \quad (1 \text{ б.})$$

где сила реакция опоры

$$N_1 = mg \cos \alpha, \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

$$N_2 = mg, \quad (3)$$

где m — масса санок, α — угол наклона горки. Пусть длины этих участков равны l_1 и l_2 соответственно. Тогда работа, совершаемая силой трения на этих участках $A_{\text{тр}1}$ и $A_{\text{тр}2}$, определяется выражением

$$A_{\text{тр}1,2} = -F_{\text{тр}1,2} l_{1,2}. \quad (4) \quad (1 \text{ б.})$$

С другой стороны

$$l_1 \cos \alpha + l_2 = L. \quad (5)$$

Из уравнений (1) — (5) находим суммарную работу силы трения

$$A_{\text{тр}1} + A_{\text{тр}2} = -\mu mgL. \quad (6) \quad (1 \text{ б.})$$

Запишем баланс энергии для случая, когда санки толкнули с горки

$$0 - (E_{\text{к}} + E_{\text{п}}) = A_{\text{тр}1} + A_{\text{тр}2}, \quad (7) \quad (1 \text{ б.})$$

где $E_{\text{к}}$ — кинетическая энергия, полученная санками при толчке, а $E_{\text{п}}$ — потенциальная энергия санок на высоте h

$$E_{\text{п}} = mgh. \quad (8) \quad (1 \text{ б.})$$

Из уравнения (7) с учётом уравнений (6) и (8) находим

$$E_{\text{к}} = \mu mgL - mgh. \quad (9) \quad (1 \text{ б.})$$

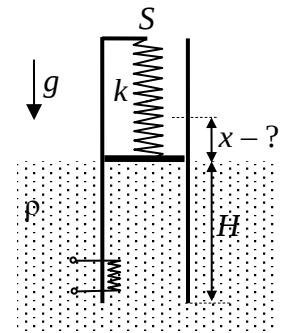
Когда санки толкнули во второй раз с той же начальной скоростью, у них будет та же кинетическая энергия $E_{\text{к}}$. С учётом того, что в этом случае они двигаются только по горизонтальному участку, баланс энергии примет вид

$$0 - E_{\text{к}} = A_{\text{тр}} = -\mu mgX. \quad (10) \quad (1 \text{ б.})$$

Приравнявая $E_{\text{к}}$ найденное из (9) и (10), получим

$$\text{ответ:} \quad X = L - h/\mu. \quad (2 \text{ б.})$$

2. Вертикальная трубка сечения S погружена на глубину H в жидкость плотности ρ . В неё вставлен лёгкий поршень, подпёртый недеформированной пружиной жёсткости k (см. рис.). Жидкость под поршнем начинают нагревать при помощи спирали, расположенной у нижнего конца трубки. В результате плотность жидкости в трубке уменьшается до ρ_0 . На какую высоту x поднимется поршень? Оба конца трубки открытые. Трением пренебечь. Ускорение свободного падения g .



Решение.

После нагревания жидкости под поршнем и изменения её плотности до ρ_0 возникает разность давлений столбов жидкостей снаружи и внутри трубки. Разность сил этих давлений приводит к деформации пружины. Условие равновесия поршня при этом выглядит следующим образом

$$F = F_0 + F_y. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Здесь F и F_0 — силы гидростатических давлений столбов жидкостей плотности ρ (снаружи трубки) и — ρ_0 (внутри трубки) соответственно, равны

$$F = \rho g H S, \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

$$F_0 = \rho_0 g (H + x) S. \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

Сила упругости пружины

$$F_y = kx. \quad (4) \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив (2) — (4) в (1), выразив x , получим

$$\text{ответ:} \quad x = \frac{(\rho - \rho_0) g H}{\rho_0 g + k/S}. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Электрическая цепь собрана из идеального источника ЭДС, идеальных вольтметра и амперметра и трёх резисторов. Сопротивления резисторов равны $R_1 = 6 \text{ кОм}$, $R_2 = 3 \text{ кОм}$ и $R_3 = 2 \text{ кОм}$, соответственно. ЭДС источника составляет $\mathcal{E} = 9 \text{ В}$, вольтметр показывает $U = 6 \text{ В}$, а амперметр — $I = 0,5 \text{ мА}$. Нарисуйте описанную электрическую цепь, обозначив все элементы.

Решение.

При последовательном соединении всех трёх резисторов полное сопротивление

$$R_1 + R_2 + R_3 = 11 \text{ кОм},$$

а при параллельном соединении

$$\frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 1 \text{ кОм}.$$

При соединении одного резистора параллельно двум другим последовательно соединённым резисторам, полное сопротивление цепи оказывается равным:

$$\begin{aligned} \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} &= \frac{30}{11} \text{ кОм}, \\ \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} &= \frac{24}{11} \text{ кОм}, \\ \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} &= \frac{18}{11} \text{ кОм}. \end{aligned}$$

Видно, что при таких соединениях резисторов ни на одном участке этих цепей невозможно получить указанные показания приборов. **(2 б.)**

Поэтому цепь должна состоять из двух последовательно соединённых участков. При этом очевидно, что один участок будет содержать только один резистор, а другой — два параллельно соединённых резистора. **(2 б.)**

Следовательно, на один участок падает $U = 6 \text{ В}$, а на другой — $\mathcal{E} - U = 3 \text{ В}$. Из равенства токов на этих участках следует, что отношение сопротивлений этих участков равно отношению напряжений

$$\frac{U}{\mathcal{E} - U} = 2.$$

Из трёх резисторов при попарном параллельном соединении можно получить следующие значения

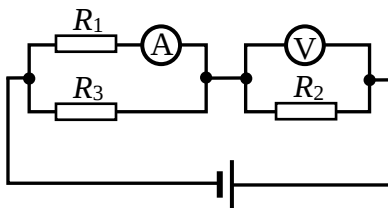
$$\begin{aligned} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} &= 3 \text{ кОм}, \\ \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} &= 1,5 \text{ кОм}, \\ \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} &= 1,2 \text{ кОм}. \end{aligned}$$

Из них только второй вариант даёт искомое отношение сопротивлений, равное 2.

Таким образом, получаем цепь из резистора R_2 последовательно соединённого с параллельно соединёнными резисторами R_1 и R_3 . (2 б.)

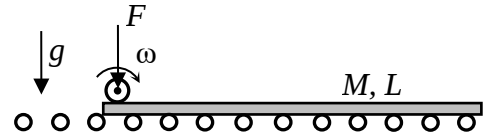
Очевидно, вольтметр должен быть подключён к резистору R_2 , а амперметр — к резистору с сопротивлением $(\mathcal{E} - U) / I = 6 \text{ кОм}$, т.е. к резистору R_1 . (2 б.)

Ответ:



(2 б.)

4. Длинная доска массы M покоится в горизонтальном положении на валиках. У самого края доски её сверху с силой F придавливают вращающимся с угловой скоростью ω валиком радиуса R . Сколько оборотов совершит верхний валик к моменту, когда скорость доски станет максимальной? Трением между доской и нижними валиками пренебречь. Длина доски L . Коэффициент трения между поверхностями верхнего валика и доски равен μ .



Решение.

Доска под действием силы трения будет двигаться равноускоренно с ускорением a . При этом её уравнение движения имеет вид

$$Ma = \mu F \Rightarrow a = \frac{\mu F}{M}. \quad (2 \text{ б.})$$

Если в процессе взаимодействия валика и доски проскальзывание прекращается, то максимальная скорость будет равна ωR , и она достигается через время

$$t = \frac{\omega R}{a} = \frac{M \omega R}{\mu F}. \quad (2 \text{ б.})$$

Поделив найденное время на период обращения валика $T = 2\pi/\omega$, находим искомое число оборотов

$$N = \frac{t}{T} = \frac{M \omega^2 R}{2\pi \mu F}. \quad (1 \text{ б.})$$

В противном случае, когда проскальзывание не прекращается, доска достигнет свою максимальную скорость, равную $\sqrt{2aL}$ к моменту выскакивания из-под валика, соответственно, через время

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2LM}{\mu F}}. \quad (2 \text{ б.})$$

Аналогично предыдущему, находим число оборотов в этом случае

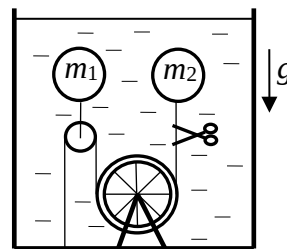
$$N = \frac{\omega}{2\pi} \sqrt{\frac{2LM}{\mu F}}. \quad (1 \text{ б.})$$

Ответ: $N = \frac{M \omega^2 R}{2\pi \mu F}$ при $\omega R \leq \sqrt{2 \frac{\mu F}{M} L}, \quad (1 \text{ б.})$

$N = \frac{\omega}{2\pi} \sqrt{\frac{2LM}{\mu F}}$ при $\omega R \geq \sqrt{2 \frac{\mu F}{M} L}. \quad (1 \text{ б.})$

Примечание. Ответ имеет смысл даже для нецелого числа оборотов.

5. Система состоит из двух шариков одинакового объёма, массой m_1 и m_2 , и двух блоков — подвижного и неподвижного (см. рис.). Шарик массой m_1 прикреплён к подвижному блоку, а массой m_2 — к нити, перекинутой через два блока и закреплённой на дне. Система погружена в жидкость и находится в равновесии. На сколько изменится сила давления жидкости на дно сосуда, если перерезать нить? Массой блоков и нити, а также их объёмом, пренебречь. Трения нет. Ускорение свободного падения g .



Решение.

Рассмотрим F — суммарную силу, действующую на дно со стороны блока и нити, перекинутой через блок. Пусть T — натяжение нити, перекинутой через блок. Тогда

$$F = 3T. \quad (1) \quad (4 \text{ б.})$$

После того как перерезали нить, сила давления на дно изменилась на эту величину.

Условия равновесия шаров до перерезания нити имеют вид

$$m_1 g + 2T = F_A, \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

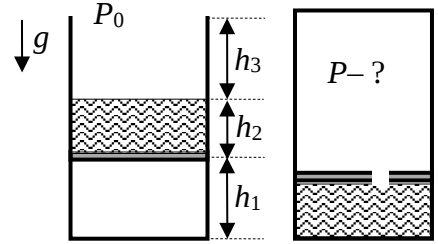
$$m_2 g + T = F_A, \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

где F_A — Архимедова сила, действующая на шарик. Выразив T из (2) и (3) и подставив результат в (1) находим

$$\text{ответ:} \quad F = 3T = 3(m_2 - m_1)g. \quad (2 \text{ б.})$$

Физика 11 класс

1. В цилиндрическом сосуде под невесомым поршнем находится воздух. На поршень налита вода плотностью ρ слоем высотой h_2 . В равновесии высота поршня над дном сосуда равна h_1 . Цилиндр закрывают герметичной крышкой, расположенной на высоте h_3 над поверхностью воды. Через некоторое время поршень прохудился, и вся вода оказалась внизу. Чему равно давление воздуха в сосуде? Атмосферное давление равно P_0 , ускорение свободного падения равно g , трения нет. Температура постоянна.



Решение.

До того, как поршень прохудился, давление воздуха над слоем воды было равно P_0 , а давление воздуха под поршнем (обозначим его P_1) было равно

$$P_1 = P_0 + \rho g h_2. \quad (1) \quad (2)$$

б.)

Пусть v_1 и v_3 — количества воздуха в молях под и над поршнем, соответственно; S — площадь сечения сосуда; R — газовая постоянная; T — температура. Тогда, согласно уравнению Клапейрона—Менделеева,

$$P_1 h_1 S = v_1 R T, \quad P_0 h_3 S = v_3 R T. \quad (2) \quad (2)$$

б.)

После того, как поршень прохудился и вся вода оказалась внизу, $(v_1 + v_3)$ молей воздуха занимают объём $(h_1 + h_3) S$, откуда

$$P (h_1 + h_3) S = (v_1 + v_3) R T, \quad (3) \quad (2)$$

б.)

где P — искомое давление воздуха в сосуде. Из (2) и (3) находим:

$$P_1 h_1 + P_0 h_3 = P (h_1 + h_3). \quad (2)$$

б.)

Подставив значение P_1 из (1) и решив полученное уравнение относительно P , найдём

$$\text{ответ: } P = P_0 + \frac{\rho g h_1 h_2}{h_1 + h_3}. \quad (2 \text{ б.})$$

2. Два одинаковых шарика массы m каждый соединены непроводящей пружинкой жёсткости κ . В начальном положении шарики неподвижны, пружинка не растянута, а её длина — l . Шарики зарядили одинаковыми зарядами q , и они начали разлетаться в разные стороны. При какой минимальной величине q пружинка порвётся, если известно, что она выдерживает максимальную силу F ?

Решение.

В тот момент, когда натяжение пружины достигнет величины F , шарики остановятся. (2 б.)

(Если бы они не остановились, то q не было бы минимальной величиной заряда, при которой пружина рвётся.) Поэтому кинетическая энергия системы в момент разрыва пружины равна нулю (так же, как и в начальный момент времени). Таким образом, энергия кулоновского отталкивания шариков в начальный момент времени kq^2/l (где k — коэффициент пропорциональности в законе Кулона) равна сумме энергии кулоновского отталкивания в момент разрыва пружины kq^2/l_1 (где l_1 — длина пружины, при которой она рвётся) и потенциальной энергии пружины $E_{\text{пруж}}$ в этот момент:

$$k \frac{q^2}{l} = k \frac{q^2}{l_1} + E_{\text{пруж}}. \quad (1) \quad (2)$$

б.)

Из закона Гука найдём длину l_1 :

$$l_1 = l + F/\kappa, \quad (2) \quad (2)$$

б.)

откуда

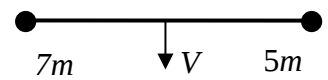
$$E_{\text{пруж}} = \kappa \frac{(l_1 - l)^2}{2} = \frac{F^2}{2\kappa}. \quad (3) \quad (2)$$

б.)

Подставив в равенство (1) l_1 из (2) и $E_{\text{пруж}}$ из (3) и выразив q из полученного уравнения, найдём

$$\text{ответ: } q = \sqrt{\frac{Fl(l + F/\kappa)}{2k}} \quad (2 \text{ б.})$$

3. На гладкой горизонтальной плоскости неподвижно лежат два маленьких шарика. Они соединены невесомой нерастяжимой нитью, которая вначале распрямлена (см. вид сверху на рисунке). Центр нити начинают перемещать вдоль плоскости с некоторой постоянной скоростью, направленной перпендикулярно начальной ориентации нити. Шарiki сталкиваются первый раз под углом к начальной ориентации нити, равным, очевидно, 90° . Под каким углом к начальной ориентации нити они столкнутся во второй раз, если их массы равны $7m$ и $5m$, а столкновения абсолютно упругие?



Решение.

Движение шариков удобно рассматривать в системе отсчёта, движущейся с постоянной скоростью V вместе с центром нити. В этой системе шарiki до столкновения движутся навстречу друг другу по окружности с одинаковыми скоростями, равными V . Пусть ось x направлена по горизонтали, слева направо на рисунке. Тогда, в движущейся системе отсчёта, скорости обоих шариков непосредственно перед первым ударом равны V и направлены вдоль оси x навстречу друг другу.

(1 б.)

Найдём скорости шариков V_1 и V_2 (в проекции на ось x) непосредственно после первого удара. Сделать это можно разными способами. Один способ заключается в том, чтобы записать законы сохранения импульса и энергии при упругом столкновении:

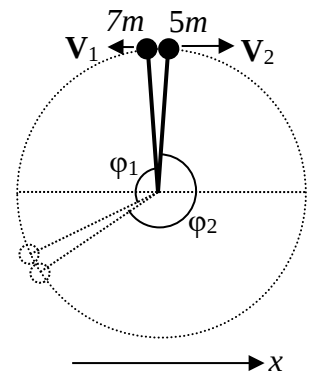
$$7mV_1 + 5mV_2 = 7mV - 5mV,$$

$$7mV_1^2/2 + 5mV_2^2/2 = 7mV^2/2 + 5mV^2/2,$$

и найти V_1 и V_2 из этой системы двух уравнений. В результате получим $V_1 = -2V/3$ и $V_2 = 4V/3$.

Второй способ состоит в переходе в систему центра масс двух шариков, которая движется со скоростью $V_{\text{цм}} = (7mV - 5mV) / (7m + 5m) = V/6$ вдоль оси x . Проекции скоростей левого и правого шариков на ось x в системе центра масс равны $V - V_{\text{цм}} = 5V/6$ и $(-V) - V_{\text{цм}} = -7V/6$, соответственно. После столкновения скорости шариков в системе центра масс остаются такими же по величине, но меняют направление на противоположное. Следовательно, x -проекции скоростей *после столкновения* в системе центра масс равны $-5V/6$ и $7V/6$. Наконец, возвращаясь из системы центра масс, получим $V_1 = -5V/6 + V_{\text{цм}} = -2V/3$ и $V_2 = 7V/6 + V_{\text{цм}} = 4V/3$.

Итак, в системе отсчёта центра нити, шарiki после первого соударения разлетаются в противоположных направлениях вдоль оси x со скоростями



$$|V_1| = 2V/3 \text{ и } |V_2| = 4V/3. \quad (1) \quad (4)$$

б.)

Обозначим φ_1 и φ_2 углы, на которые повернутся половинки нити, прикрепленные к правому и левому шарикам, между первым и вторым столкновениями (см. рисунок). Так как шарiki движутся равномерно по окружности относительно центра нити, то

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{|V_1|}{|V_2|}, \quad (2) \quad (2)$$

б.)

причём

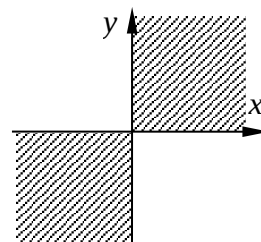
$$\varphi_1 + \varphi_2 = 360^\circ. \quad (3) \quad (1)$$

б.)

Из равенств (1), (2), (3) находим $\varphi_1 = 120^\circ$. Следовательно, второе столкновение произойдёт под углом $\varphi_1 - 90^\circ = 30^\circ$ к первоначальной ориентации нити.

Ответ: 30° , или $\pi/6$ радиан. (2 б.)

4. В двух противоположных квадрантах плоскости XY (заштрихованы на рисунке) имеется однородное магнитное поле индукции B , направленное вдоль оси z . Частицу с зарядом e и массой m запустили так, что она движется в плоскости XY по замкнутой траектории. Найдите период движения частицы по этой траектории.



Решение.

На тех участках траектории, где нет магнитного поля, частица движется прямолинейно и равномерно. Там, где имеется однородное магнитное поле (заштрихованные области), частица движется по окружности с постоянной скоростью. (2 б.)

Так как скорость частицы постоянна, то искомый период T равен

$$T = \frac{L}{v}, \quad (1)$$

где L — длина замкнутой траектории, v — скорость частицы. Чтобы найти L , вычислим сначала радиус круговых участков траектории R . Для этого воспользуемся 2-м законом Ньютона $F = ma$, где $F = evB$ — сила Лоренца, $a = v^2/R$ — ускорение при равномерном движении по кругу:

$$evB = m \frac{v^2}{R},$$

откуда

$$R = \frac{mv}{eB}. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

Если траектория частицы не выходит за пределы одного заштрихованного квадранта, то это окружность радиуса R . В этом случае $L = 2\pi R$, откуда с учётом (1) и (2) получим $T = 2\pi m/eB$.

Если же частица движется из одного заштрихованного квадранта в другой и обратно, то её траектория состоит из двух дуг окружностей радиуса R и двух соединяющих их прямолинейных участков. Такая траектория имеет вид «стадиона» (рис. 1). (2 б.)

Точки A, B, C, D , где прямолинейные участки смыкаются с круговыми, образуют прямоугольник, причём отрезки BC и AD являются диаметрами круговых отрезков: $|BC| = |AD| = 2R$. Точки A, B, C, D должны находиться на границах заштрихованных квадрантов. Это можно осуществить только способом, показанным на рис. 2, когда прямоугольник $ABCD$ оказывается квадратом, повернутым на 45° относительно координатных осей. Следовательно, $|AB| = |BC| = |CD| = |AD| = 2R$. В этом случае траектория частицы

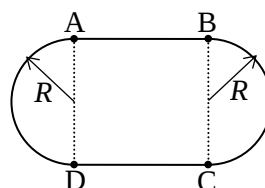


Рис. 1

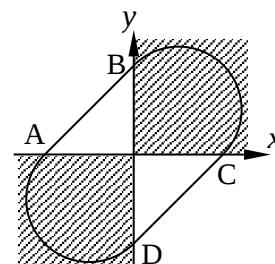


Рис. 2

состоит из двух отрезков АВ и CD длиной $2R$ каждый, и двух полуокружностей длиной πR каждая. Таким образом,

$$L = 2R + 2R + \pi R + \pi R = 2(\pi + 2)R. \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

Из (1), (2) и (3) получим период движения по траектории типа «стадион»: $T = 2(\pi+2)m/eV$.

$$\text{Ответ: } \frac{2\pi m}{eV} \text{ или } \frac{2(\pi+2)m}{eV}. \quad (1 \text{ б.} + 1 \text{ б.})$$

5. Оцените, какое максимальное статическое напряжение относительно земли может быть на человеке, окружённом заземлёнными предметами (деревьями, бетонными стенами, батареями отопления и т.д.), если известно, что электрическая прочность воздуха на пробой $E = 30 \text{ кВ/см}$. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие в условии задачи величины, выбрать их численные значения и получить численный результат.

Решение.

Рассмотрим сначала упрощённую задачу: до какого максимального напряжения можно зарядить (в тех же условиях) проводящий шар радиуса R ? Напряжение U шара относительно земли равно разности потенциалов шара ($\varphi_{\text{ш}}$) и земли ($\varphi_{\text{з}} = 0$):

$$U = \varphi_{\text{ш}} - \varphi_{\text{з}} = k \frac{Q}{R} - 0 = k \frac{Q}{R}, \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

б.)

где Q — заряд шара. Электрическое поле E имеет наибольшую величину вблизи шара, где оно равно

$$E = k \frac{Q}{R^2}. \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

б.)

Зная максимально возможное значение напряжённости поля $E_{\text{max}} = 30 \text{ кВ/см}$, находим из (1) и (2), что максимально возможное напряжение на шаре U_{max} равно

$$U_{\text{max}} = E_{\text{max}} R. \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

б.)

Если попытаться зарядить шар до напряжения, большего, чем U_{max} , то заряд с него будет стекать через воздух.

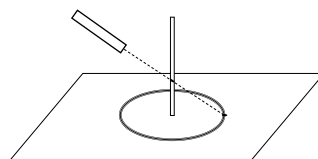
Чем меньше R , тем меньше максимально возможное напряжение. Поэтому при зарядке проводника сложной формы (тело человека) заряд начнёт стекать в первую очередь с тех участков, где радиус кривизны наименьший (как известно, заряд стекает с острия). Таким образом, в формулу (3) надо подставить наименьший радиус кривизны тела. (2 б.)

У тела человека наименьший радиус кривизны — порядка $0,7 \text{ см}$ (концы пальцев). (1 б.)

Подставляя $R \approx 0,7 \text{ см}$ и $E_{\text{max}} = 30 \text{ кВ/см}$ в (3), найдём

$$\text{ответ: } \approx 20 \text{ кВ}. \quad (2 \text{ б.})$$

6. *Задача-демонстрация (демонстрируется видеоролик).* Луч лазерной указки направлен под углом к горизонтальной поверхности стола. Если на пути лазерного луча разместить тонкий вертикальный металлический стержень круглого сечения, на столе образуется светящаяся окружность с центром в месте нахождения стержня. Если заменить стержень круглого сечения на вертикальный стержень с неправильной (не круглой) формой сечения, светящаяся линия на столе всё равно имеет форму окружности. Объясните наблюдаемое явление.



Решение.

В этой задаче нужно объяснить:

- 1) почему отражённые лучи образуют на столе замкнутую линию, обходящую вокруг стержня;
- 2) почему эта линия представляет собой окружность (даже при неправильной форме сечения стержня), центром которой является нижний край стержня.

1. Чтобы ответить на первый вопрос, рассмотрим ход лучей в проекции на плоскость стола («вид сверху», см. рис. 1). Лучи, попадающие на стержень в точках А, В, С, D, Е, F, после отражения достигают поверхность стола в точках А', В', С', D', Е', F', соответственно. Лучи, падающие на левую (правую) половину стержня, отражаются влево (вправо). Видно, что при движении падающего луча слева направо (от А до F) отражённый луч плавно поворачивается на 360° (в проекции сверху) от AA' до FF'. Поэтому точка падения луча на стол описывает непрерывную, почти замкнутую кривую А' В' С' D' Е' F' (небольшой разрыв между А' и F' — это тень от стержня). В условиях данного опыта ширина лазерного луча больше ширины стержня, т. е. все точки А, В, С, D, Е, F освещены одновременно. Поэтому вся кривая А' В' С' D' Е' F' видна одновременно как светящаяся, практически замкнутая линия. **(4 б.)**

2. Лучи лазерной указки, падая на стержень по линии АО (рис. 2), отражаются от разных точек стержня, в результате чего возникает набор отражённых лучей ОВ, ОВ', ОВ'' и т. д. Покажем, что все эти отражённые лучи распространяются под одним и тем же углом к вертикали ON:

$$\angle BON = \angle B'ON = \angle B''ON = \dots = \angle AOM. \quad (1)$$

(Подчеркнём, что это утверждение *отличается* от утверждения «угол падения равен углу отражения», так как углы между вертикалью и направлениями лучей — это не то же самое, что углы падения и отражения.)

Проще всего убедиться в верности равенства (1) из соображений симметрии. Операция зеркального отражения относительно плоскости α , касательной к стержню, переводит продолжение падающего луча ОВ₁ в отражённый луч ОВ (рис. 3). Эта же операция оставляет вертикальную линию ON неизменной (так как эта линия принадлежит плоскости α). Поэтому

угол B_1ON переходит при зеркальном отражении в угол BON , а значит, $\angle B_1ON = \angle BON$ (при зеркальном отражении расстояния и углы не изменяются). С другой стороны, $\angle B_1ON = \angle AOM$, т. к. это вертикальные углы. Следовательно, $\angle BON = \angle AOM$. Эти же рассуждения верны для углов $B'ON$, $B''ON$ и т. д., откуда и следует равенство (1).

Из (1) следует, что прямоугольные треугольники BON , $B'ON$, $B''ON$ и т. д. равны друг другу, откуда

$$|BN| = |B'N| = |B''N| = \dots,$$

т. е. точки светящейся линии B , B' , B'' , ... образуют окружность с центром в точке N — нижнем крае стержня. **(4 б.)**

Заметим, что в приведённых рассуждениях нигде не использовалась форма стержня, поэтому они одинаково верны и для круглых, и для некруглых стержней. **(2 б.)**

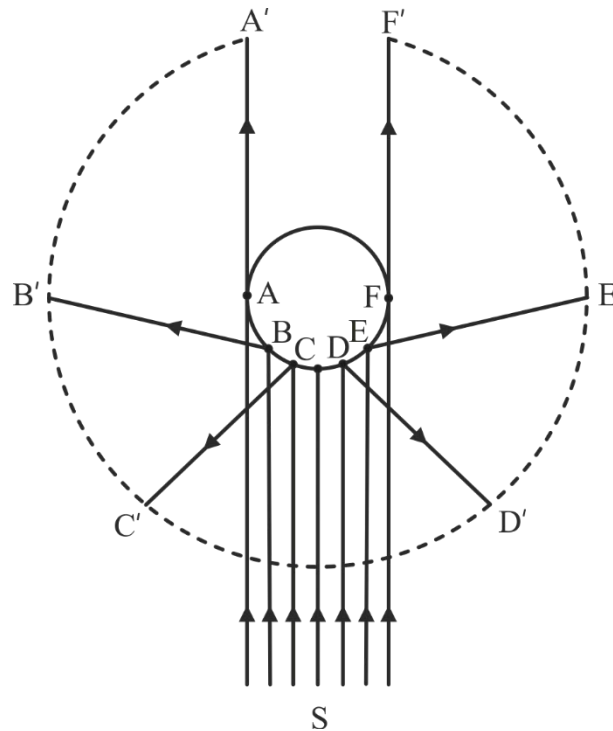


Рисунок 1.

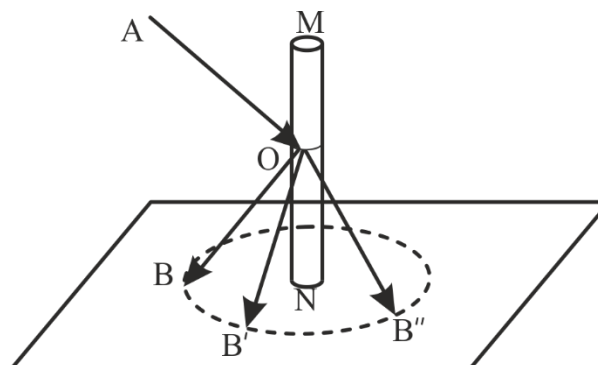


Рисунок 2.

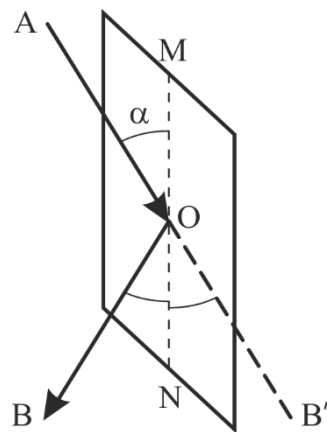


Рисунок 3.